

DT/ SCIENCES ET TECHNIQUES INDUSTRIELLES**EPREUVES THEORIQUES****EPREUVE : MATHEMATIQUES GENERALES (toutes spécialités)****DUREE : 3 H****COEF : 3****S U J E T****Exercice 1**

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on désigne par A, B, C et D les points dont les affixes sont des solutions de l'équation $P(z) = 0$ où $P(z) = z^4 - 3z^3 + \frac{9}{2}z^2 - 3z + 1$.

De plus les parties réelles des affixes des points A et B sont des entiers naturels, la partie imaginaire de l'affixe de D est positive et la partie imaginaire de l'affixe de B est négative. Le point Ω est le centre de la similitude plane directe S qui transforme A en B et D en C .

1- Calculez $P(1+i)$.2- Justifiez que toute racine de P est non nulle.3- a) Prouvez que si z_0 est une solution de l'équation $P(z) = 0$ alors $\frac{1}{z_0}$ est aussi solution de cette équation.b) Résolvez dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.c) Déduisez-en que A, B, C et D sont d'affixes respectives $1+i, 1-i, \frac{1}{2}(1-i)$ et $\frac{1}{2}(1+i)$.4- a) Placez les points A, B, C et D dans le plan.b) Donnez la nature précise du quadrilatère $ABCD$.5- Déterminez l'écriture complexe de S et les coordonnées de Ω .**Exercice 2**

Soient l'équation différentielle (E) : $y'' - 6y' + 8y = d$ et f la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = e^{4x} + 3e^{2x} - 4$.

1- Déterminez les dérivées f' et f'' de f .2- Déterminez le nombre réel d pour lequel f est une solution de (E).3- Résolvez dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.4- Calculez l'intégrale $\int_{-1}^1 |f(x)| dx$.**Problème**

On considère la fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = \ln |x^2 - 3x + 2|$.

1- Résolvez dans \mathbb{R} l'équation (E) : $x^2 - 3x + 2 = 0$ puis déduisez-en l'ensemble de définition D de f .2- Calculez les limites de f aux bornes de D .

- 3- a) Déterminez la dérivée première f' de f puis étudiez son signe sur D .
b) Achevez l'étude des variations de f .
c) Déterminez les branches infinies de la courbe représentation (C) de f .
d) Déterminez les points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.
e) Construisez (C) dans un repère orthonormé (O, I, J) .
- 4- a) Déterminez les nombres réels a , b et c tels que pour tout x appartenant à D :
- $$\frac{2x^2-3x}{x^2-3x+2} = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2}$$
- b) A l'aide d'une intégration par parties, calculez l'aire du domaine délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations cartésiennes $x = 3$ et $x = 4$.

BONNE CHANCE !